

FAQ. Кривые Пеано

Q. Кривые Пеано (Гильберта) - что в них примечательного?

A. Как человек далекий от математики :-)

я бы начал с понятия инварианта: есть объект, который можно деформировать ("преобразование"), есть свойство, которое при деформации сохраняется ("инвариант"). Если, например, разлить 0.5 в три стакана, то суммарный объем налитого будет равен исходному - Инвариант!

Три неполных стакана мало похожи на полную бутылку, но "с точки зрения объема" - они эквивалентны.

Свойства, сохраняющиеся при декомпозиции системы на части важны для многих применений (в Физике они называются Законами Сохранения (Массы, Энергии итд.))

Но там, где физик ставит эксперимент с бутылкой, математик "разливает" абстрактное множество точек - и наблюдает за сохраненными свойствами - инвариантами преобразования.

Простейшим вариантом разбиения, наверное, будет деление на равные части. Более сложным - на неравные. Еще более сложным - поделить бесконечное число раз (рекурсивно).

Сами правила преобразования могут быть при этом очень просты. Например - полное отражение. Получаем стоячую волну и лазер.

Или чуть более сложными - получаем, например, кривую Гильберта или Мортонна итд. Фракталы - это вариант разбиения на самоподобные части (такие, как в преобразовании Фурье, например), то есть бесконечное повторение какого-то простого приема (трансформации).

В тривиальном случае, получаем бесконечное повторение самого себя (как, например, в гармоническом осцилляторе), в нетривиальном - "колебание" с бесконечным периодом. Физики будут при этом говорить о сохранении массы/энергии, математики - о сохранении размерности (равномощности).

Для фрактальных объектов важно еще, насколько "плотно" расположены точки множества: если "с зазором", то такой объект можно "сжать". Помножив "объем" на "плотность", получаем "массу" - инвариант сжатия. В Теории Информации, например, фрактальная плотность широко используется под названием "Энтропия". Помножив (удельную) энтропию на длину сообщения, получаем "количество информации нетто" - инвариант сжатия (обычно, говорят про "Энтропийный предел").