

Текстовый фрактал

Сравнительно недавно (1975) введенное в научный обиход Бенуа Мандельбротом новое слово, быстро стало остромодным и широко употребляемым далеко за пределами научной литературы. Различные сайты и популярные книжки завлекают, обычно, причудливыми картинками, рассказывают о дробной размерности и странных аттракторах.

Как ни странно, ясного понимания "что же такое фрактал" нет даже у самого автора термина и математики все еще спорят о принципах классификации.

Wiki указывает, что фрактал обязан обладать, по крайней мере, одним из указанных свойств:

- Обладает нетривиальной структурой на всех масштабах. В этом отличие от регулярных фигур (таких как окружность, эллипс, график гладкой функции): если рассмотреть небольшой фрагмент регулярной фигуры в очень крупном масштабе, то он будет похож на фрагмент прямой. Для фрактала увеличение масштаба не ведёт к упрощению структуры, то есть на всех шкалах можно увидеть одинаково сложную картину.
- Является самоподобным или приближённо самоподобным.
- Обладает дробной метрической размерностью или метрической размерностью, превосходящей топологическую.

Оставляя все эти детали классификации математикам, введем собственное определение, полезное для наших целей, и покрывающее значительную часть наблюдаемых артефактов.

Фракталом F будем называть комплекс $F(S, R, N)$, где S - seed (генератор фрактала), R - рекурсивная процедура и N - число итераций.

Фрактал строится путем последовательного применения рекурсивной процедуры R сначала к S , а затем, на каждом следующем шаге, к результату предыдущего преобразования. N - число итераций может быть в диапазоне 0..бесконечность. Иными словами, фрактал - это собственная функция в системе с единичной обратной связью (автогенератор).

При $N = 0$ получаем тривиальный фрактал, состоящий из одного только генератора S (затравка, нуль-фрактал), для конечного N получаем конечные фракталы (предфракталы), для бесконечного числа итераций - истинные фракталы.

В дальнейшем изложении не будет проводиться различие между конечными и бесконечными фракталами.

Определенный нами фрактал может обладать или не обладать свойствами самоподобия, дробной размерности и нетривиальной структуры - это не имеет никакого значения. Фундаментальный признак фрактала - рекурсивная процедура его построения.

Примерами природных фракталов могут быть кристаллы или процесс эволюции. Прямая и окружность - примеры геометрических фракталов.

Варьируя генератор и рекурсивную процедуру его трансформации, можно получить бесконечное число различных фракталов, включая и классические "алгебраические" фракталы.

Понятие фрактала позволяет с единой точки зрения взглянуть на, казалось бы, разнородные объекты, например, объединить подходы к жидкостным (несжимаемая жидкость), газовым (сжимаемый газ) и текстовым (аналог идеального газа) фракталам.

Термодинамическая аналогия между текстом и идеальным газом, позволяет немедленно указать для текста существование предельного рабочего цикла сжатия-растяжения (а la цикл Карно), реализуемого, например, алгоритмом Хаффмана (Трансформатор Хаффмана).

Для сжимаемого фрактала F с геометрическим размером L и плотностью ρ , масса $M = L * \rho$ служит естественным инвариантом в транспортной задаче. Именно введение энтропии (фрактальной плотности текста) позволило Клоду Шеннону установить предельные соотношения ("энтропийный предел") при решении задачи транспорта сообщений.

Классическая пятизвенная диаграмма Шеннона (Источник-Кодер-Канал-Декодер-Приемник), фактически, описывает копир - устройство, для дублирования на приемном конце линии связи сообщений, генерируемых источником.

Простейшей механической аналогией такого дуближа может служить процесс взвешивания на рычажных весах: Весовщик накладывает гири на вторую чашу весов до достижения баланса с грузом.

Такая аналогия отчетливо выявляет все необходимые условия коммуникации, включая начальную синхронизацию ("сброс в нуль") и работу третьих сил ("Весовщик") по дублированию информации.

"Количество информации" по Шеннону есть ни что иное, как полная масса всех разновесов, уравнивающих груз, независимо от числа и номинала использованных гирь.

Например, эффективно упакованный текст имеет меньший размер и большую энтропию при том же самом (инвариант) "количестве информации".

Также очевидно, что предельно сжатый (до состояния "несжимаемой жидкости") текстовый фрактал уже не поддается дальнейшей упаковке ("энтропийный предел").

В силу обратной зависимости геометрических размеров фрактала и его плотности, их взаимные преобразования описываются через гиперболический поворот ("лоренц-сжатие") по формулам гиперболической геометрии (также, как в СТО). Простое следствие из этого факта - чем выше степень упаковки файла, тем с большими затратами достигается каждая следующая прибавка, при этом энтропийный предел также недостижим, как скорость света.